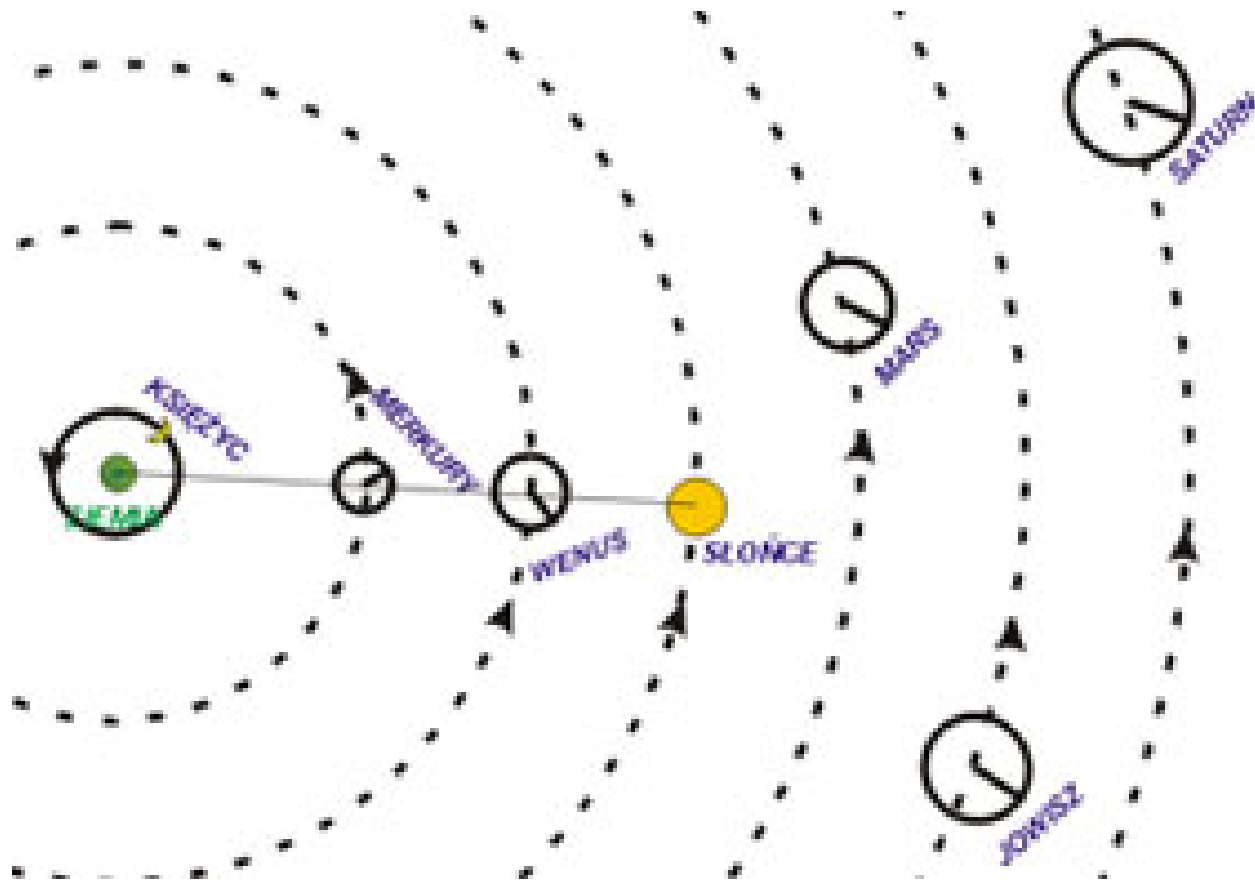


Jak się oblicza pozycje

Słońca, Księżyca i planet?

## 1. Nieco historii.

Od najdawniejszych czasów ludzie obserwowali niebo. W którymś momencie zauważyli, że oprócz Księżyca również niektóre inne obiekty (nazwane **planetami**) zmieniają swoje położenie na tle gwiazd. Chyba wszystkie starożytne cywilizacje prowadziły systematyczne obserwacje nieba i próbowały przewidywać pozycje planet, ale zostało to usystematyzowane dopiero przez starożytnych Greków. W efekcie powstał **model geocentryczny** – pierwsze założenia zostały sformułowane przez **Eudoksosa** w IV wieku przed Chrystusem, później udoskonalona przez **Hipparcha** (system deferentów i epicykli) i ostatecznie dopracowana przez **Klaudiusza Ptolemeusza** (*Almagest*, ok. 140 r.). Teoria przetrwała ponad 1000 lat, ale za cenę wprowadzania dodatkowych elementów (ekwanty, dodatkowe epicykle).



Schemat systemu geocentrycznego

Kolejnym modelem był **model heliocentryczny** Kopernika. Wprawdzie idea nie była nowa (pierwszy model stworzył **Arystarch z Samos** w III w. przed Chrystusem), ale przy okazji Kopernik wprowadził idee, które później zaowocowały pojęciem **układu odniesienia**. Początkowy model Kopernika był dużo prostszy niż Ptolemeusza ale był niezgodny z obserwacjami, dlatego trzeba było wprowadzić epicykle. Dopiero poprawki wprowadzone w XVI w. przez **Jana Keplera** pozwoliły się ich pozbyć. Kepler zapostulował trzy prawa ruchu planet:

**Pierwsze prawo:** każda planeta Układu Słonecznego porusza się wokół Słońca po elipsie, w której w jednym z ognisk jest Słońce.

**Drugie prawo:** w równych odstępach czasu, promień wodzący planety poprowadzony od Słońca zakreśla równe pola.

**Trzecie prawo:** stosunek kwadratu okresu obiegu planety wokół Słońca do sześciangu wielkiej półosi jej orbity (czyli średniej odległości od Słońca) jest stały dla wszystkich planet w Układzie Słonecznym.

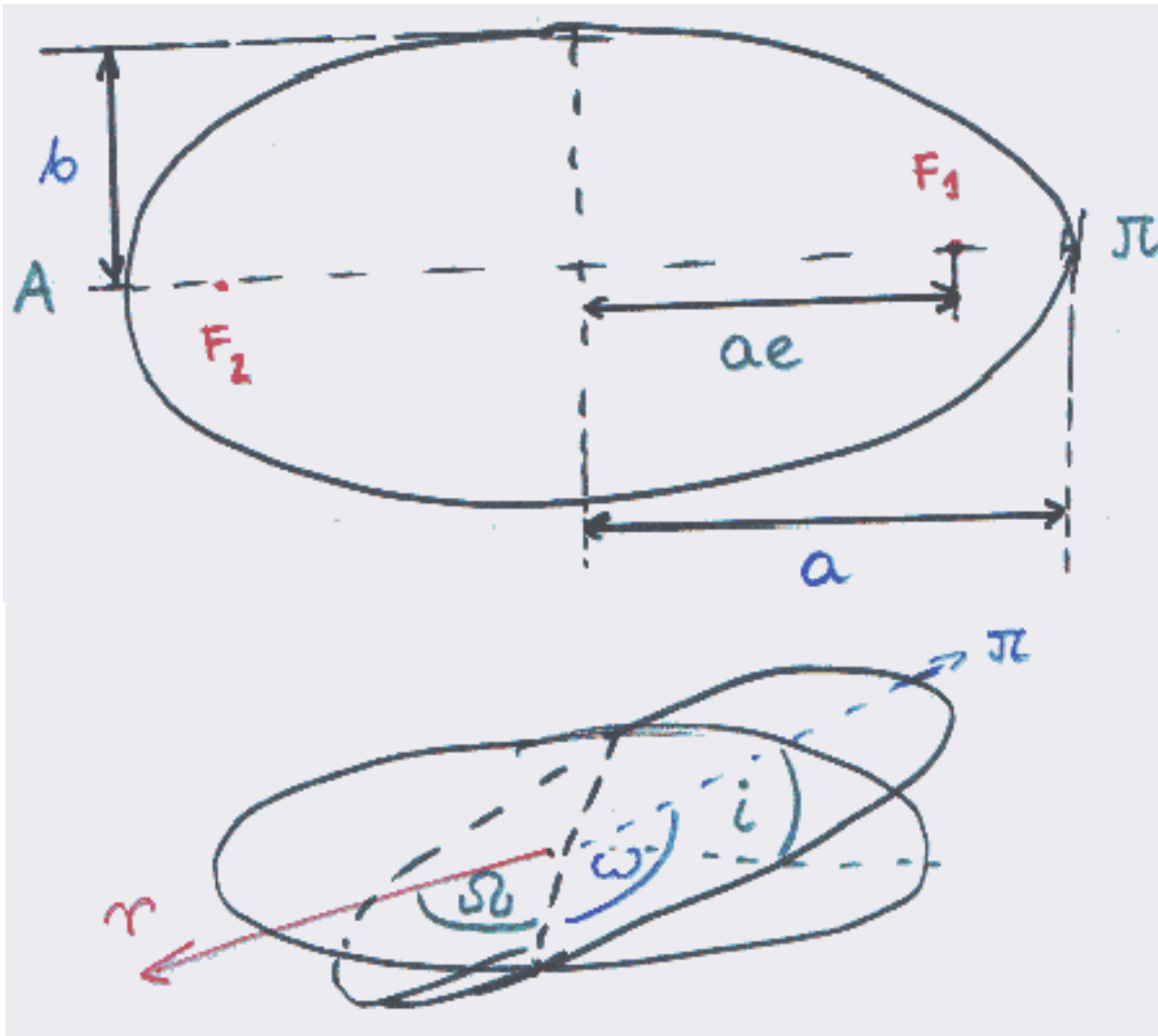
Dzięki teorii Newtona można udowodnić, że prawa ruchu planet i innych ciał są efektem przyciągania grawitacyjnego i w rzeczywistości są bardziej skomplikowane. Ciała krążą nie wokół Słońca tylko wokół **środku mas** całego układu (wraz ze Słońcem), niekoniecznie po elipsach (mogą być też inne krzywe stożkowe – okręgi, parabole lub hiperbole), zaś trzecie prawo zależy również od sumy mas obydwu ciał. Od tej pory zmian było niewiele – Ogólna Teoria Względności wprowadziła dodatkowe poprawki (m.in. ruch peryhelium), trzeba

było też uwzględnić odchylenia od symetrii sferycznej (np. moment kwadrupolowy).

## 2. Problem dwóch ciał.

Prawa Keplera są rozwiązaniem tzw. **problemu dwóch ciał**. Aby go rozwiązać względem któregoś ciała (np. Słońca), wystarczy w układzie spoczynkowym jednego ciała o określonej masie podać położenie i prędkość drugiego ciała – w sumie 6 liczb (po 3 składowe). Jeśli prędkość nie będzie zbyt wysoka, rozwiązaniem będzie ruch po elipsie o następujących parametrach:

- ⇒ wielka półoś  $a$
- ⇒ mimośród  $e$
- ⇒ odległość perycentrum  $\pi$
- ⇒ kąt nachylenia  $i$
- ⇒ długość węzła wstępującego  $\Omega$



Elementy orbit planet



Szóstym parametrem (ale już nie orbity) będzie **czas przejścia przez perycentrum  $T_0$** . Czas obiegu można wyliczyć z wielkiej półosi (zależy od sumy mas ciał) i oznaczymy go literą  **$T$** .

Zagadnienie można rozwiązać w kilku krokach:

⇒ obliczyć średnią anomalię  $M = 2\pi(t - T_0)/T$

⇒ obliczyć anomalię mimośrodową  **$E$**  z równania  
 $M = E - e \sin E$

⇒ obliczyć anomalię prawdziwą  **$v$**  z równania

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}$$

⇒ rzutować anomalię prawdziwą na płaszczyznę odniesienia, np. ekliptyki:  $\operatorname{tg} \bar{\lambda} = \operatorname{tg}(v + \omega) \cos i$

⇒ obliczyć długość (np. ekliptyczną)  $\lambda = \bar{\lambda} + \Omega$ , szerokość można obliczyć z równania  $\sin \beta = \sin i \sin(v + \omega)$ .

Odległość można obliczyć z anomalii prawdziwej:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}$$

Problem w tym, że np. w Układzie Słonecznym jest dużo więcej niż dwa ciała...

### 3. Perturbacje.

Gdybyśmy rozwiązywali równania Keplera dla nawet najdokładniej podanych elementów orbit planet (trzeba przy tym przeliczyć pozycje z heliocentrycznych na geocentryczne) to okaże się, że będziemy mieli spore błędy. Pozycje Słońca, Merkurego, Wenus i Marsa nie będą się wiele różnić, lecz w przypadku planet-olbrzymów (zwłaszcza Saturna) pozycje mogą się różnić nawet o parę stopni. Przyczyną są **perturbacje**, czyli **zakłócenia ze strony innych planet**.

Teorię perturbacji zaczęto rozwijać w XVIII w. a ukończono w połowie XIX w. Dzięki niej mogły powstać **analityczne teorie ruchów planet i Księżyca**. Elementy orbit planet podaje się w

postaci **elementów średnich** z wyrazami wiekowymi, np.

$$a = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots$$

do których dodaje się **człony okresowe** postaci

$$a_p = A(t) \sin \phi(t)$$

gdzie  $A(t)$  i  $\phi(t)$  są wielomianami zależnymi od czasu. Kąt  $\phi$  jest zwykle sumą wyrazów typu

$$\phi = n_1 L_1 + n_2 L_2 + \dots + \phi_0$$

gdzie  $L_i$  jest np. średnią długością planety  $i$ . Zamiast fazy  $\phi_0$  (która też może być wielomianem) często stosuje się rozbitcie sumy na sinusy i cosinusy z odpowiednimi amplitudami.

Zaletą tego typu teorii jest fakt, że uzyskane rozwinięcie stosunkowo powoli traci dokładność, tzn. teoria rozwinięta dla określonego przedziału czasu może być z powodzeniem stosowana dla czasów dużo wcześniejszych i późniejszych.

Wadami tego typu teorii są problemy z ich wyprowadzeniem oraz słaba kontrola nad ich dokładnością. Zawsze trzeba w którymś momencie przerwać i dość trudno określić optymalny moment.

## 4. Nowoczesne teorie ruchów planet.

Nowoczesne teorie ruchów planet są rozwijane przy pomocy komputerów, uwzględniają wszelkie możliwe efekty fizyczne (m.in. efekty OTW i moment kwadrupolowy). Można je podzielić na dwie kategorie:

⇒ **numeryczne**

⇒ **półanalityczne** (czyli analityczno-numeryczne).

Teorie numeryczne to efekt „brutalnego” całkowania równań ruchu przy pomocy komputerów. Są one najdokładniejsze, ale nie da się ich ekstrapolować poza zadany przedział czasowy. Przykładem może być seria teorii DE (planety) i LE (Księżyc), rozwijana przez (Erlanda) Mylesa Standisha Jr. Jego efemerydy są stosowane w rocznikach astronomicznych na całym świecie,

m.in. w amerykańskim *Astronomical Almanac* i polskim *Roczniku Astronomicznym IGiK*. Niektóre z nich są dostępne na stronach Jet Propulsion Laboratory

[http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet\\_eph\\_export](http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_eph_export)

a programy (wraz ze źródłami w C) pozwalające na ich odczytanie można ściągnąć ze strony Stephena Moshiera

<http://www.moshier.net>

Można tam znaleźć m.in. program do odczytywania efemeryd DE431, DE430, DE421, DE408, DE406, DE405, DE404, DE403, DE400, DE245, DE200, DE118I i DE102.

Teorie półanalityczne zwykle powstają przez dopasowanie wyrazów przewidywanych przez teorie analityczne do istniejących efemeryd numerycznych, np. teorie VSOP82 i VSOP87 (P. Bretagnon, G. Francou) powstały przez dopasowanie do efemeryd DE200. Twórcy szacują, że te efemerydy można stosować co najwyżej do miliona lat w obie strony. VSOP87 powinna zapewniać dokładność 1" przez 4000 lat w obie strony dla planet do Marsa i przez 6000 lat dla planet od Jowisza do Neptuna. Oprócz długiego czasu przydatności zaletą tego typu teorii jest również dużo mniejsza objętość, czyli można je stosować w popularnie używanych programach.



## 5. O czym jeszcze trzeba pamiętać?

Nawet jeśli z możliwie największą dokładnością obliczymy pozycję planety lub (zwłaszcza) Księżyca to może się okazać, że nie znajdziemy ich tam, gdzie oczekiwaliśmy.

- ⇒ Precesja. Jeśli układem odniesienia efemeryd lub zastosowanej teorii był równik lub ekliptyka epoki początkowej (np. J2000.0), trzeba jeszcze uwzględnić precesję. Z grubsza jest to dodatkowe 50.3'' na rok dla długości ekliptycznej, ale dokładne wzory są bardziej skomplikowane.
- ⇒ Aberracja. Ruch Ziemi i planety powodują różnicę między tzw. współrzędnymi średnimi i pozornymi (widomymi). Poprawka na ruch Ziemi to z grubsza 20.5'' , ale dochodzi do tego ruch planety.

- ⇒ Nutacja. Oś Ziemi podlega dodatkowym wahaniom zwanym nutacją. Poprawka do długości ekliptycznej oscyluje w granicach  $20''$  a poprawka do nachylenia ekliptyki w granicach  $10''$ .
- ⇒ Pozycja Ziemi. Jeśli w efemerydach zamiast współrzędnych Ziemi podano współrzędne barycentrum (środka masy Ziemia-Księżyc), trzeba obliczyć pozycję Księżyca i odpowiednio przesunąć układ odniesienia.
- ⇒ Paralaksa geocentryczna. Nawet jeśli z pełną dokładnością obliczymy pozycję Księżyca, przy horyzoncie różnica będzie dochodzić do  $1^\circ$  (dla Słońca ok.  $8.79''$ ). Trzeba obliczyć czas gwiazdowy i uwzględnić naszą pozycję na powierzchni Ziemi.

⇒ Refrakcja atmosferyczna. W zenicie można ją zaniedbać ale przy horyzoncie jest rzędu 35' (nieco więcej, niż średnica tarczy Słońca i Księżycy) – dlatego średni dzień jest nieco dłuższy od średniej nocy.

## 6. Popularne algorytmy.

Trudno oczekiwać, żeby przeciętny miłośnik astronomii (a nawet przeciętny autor oprogramowania astronomicznego) zawsze korzystał z najbardziej zaawansowanych teorii czy efemeryd – zajmowałyby to bardzo dużo miejsca lub znacznie spowalniałyby obliczenia.

W 1979 roku ukazała się książka Jeana Meeusa *Astronomical Formulae for Calculators*. W połowie lat 1980. na podstawie tej książki ukazał się w *Uranii* cykl artykułów Tomasza Kwasta na temat obliczania pozycji planet (wg uproszczonego modelu analitycznego). Implementację tych algorytmów można znaleźć na stronie Stephena Moshiera. Algorytmy są szybkie

(stosowałem je na PC XT z koprocesorem), dokładność paru minut kątowych.

Uprozczone wersje można znaleźć w książkach Petera Dufeta-Smitha *Practical Astronomy with your Calculator* oraz *Astronomy with your Personal Computer*. Jeszcze prostsze algorytmy można znaleźć na stronie Paula Schyltera

<http://stjarnhimlen.se/comp/ppcomp.html>